

4次式ですので解は4個あります。(重解の場合もあるため必ず4個とは限りません)

では、解き方です。

$$x^4 = x \text{ より}$$

$$x^4 - x = x(x^3 - 1) = x(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$$

∴ $x=0, x-1=0, x^2+x+1=0$ を満たせばよい。

$$\text{よって } x=0, 1, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$x^2+x+1=0$ を解くためには解の公式を使います。

解の公式は以下のように導かれたものです。

$$ax^2+bx+c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left\{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}\right\} + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

虚数について

存在しない数、つまり、実数ではないものを虚数といいます。有り得ない数ですね。

数学では i を用います。なぜ i を用いるかというと、虚数は英語で *imaginary number* と言うからです。 *imaginary* は「非実在的な」という意味ですが、その他に「想像上の」という意味があります。

私は、「想像上の」という意味のほうが人間の無限の想像力を感じます。

余談ですが、虚数を考え出した人もすごいと思いますが、上記の問題を解くときに必ず使わなければならない「0」を考え出したインド人もすごいと思います。