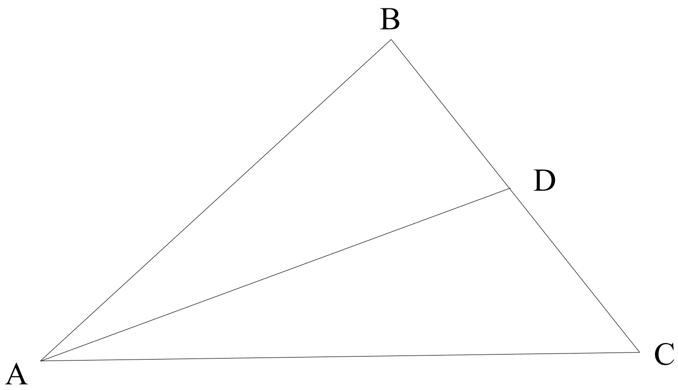
京都大学の数学の問題



ＡＢ＝１０、ＡＣ＝１２、ＢＣ＝１１, ＡＤは∠ＢＡＣの二等分線という命題から
ＡＢ：ＡＣ＝ＢＤ：ＣＤよりＢＤ＝５、ＣＤ＝６となる。
ここで∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＤ＝α とする。

△ＡＤＢと△ＡＣＤの２つの三角形から余弦定理を用いて以下の２式が得られる。
ＢＤ^{2}＝ＡＢ^{2}＋ＡＤ^{2}－２×ＡＢ×ＡＤ×$\cos\alpha$　・・・①
ＣＤ^{2}＝ＡＣ^{2}＋ＡＤ^{2}－２×ＡＣ×ＡＤ×$\cos\alpha$　・・・②

①、②にそれぞれの値を代入すると以下の２式が得られる。
２５＝１００＋ＡＤ^{2}－２×１０×ＡＤ×$\cos\alpha$　より
　　７５＋ＡＤ^{2}－２０×ＡＤ×$\cos\alpha$＝０　・・・③
３６＝１４４＋ＡＤ^{2}－２×１２×ＡＤ×$\cos\alpha$　より
　１０８＋ＡＤ^{2}－２４×ＡＤ×$\cos\alpha$＝０　・・・④

③×６ー④×５より
　　４５０＋６×ＡＤ^{2}－１２０×ＡＤ×$\cos\alpha$＝０
ー）５４０＋５×ＡＤ^{2}－１２０×ＡＤ×$\cos\alpha$＝０
　　－９０＋　　ＡＤ^{2}　＝０

∴　ＡＤ^{2}＝９０　より　ＡＤ＝±$\sqrt{９０}$＝±３$\sqrt{１０}$
ＡＤは線分なのでＡＤ＞０となる。
よって、ＡＤ＝３$\sqrt{１０}$である。